

ÜNİVERSİTEYE HAZIRLIK
10. SINIF OKULA YARDIMCI
KONU ANLATIMLI
SORU BANKASI

MATEMATİK

FONKSİYONLAR - I



ÜNİVERSİTEYE HAZIRLIK
10. SINIF
OKULA YARDIMCI
KONU ANLATIMLI
SORU BANKASI

ISBN

978 – 605 – 2273 - 56 - 2

Dizgi

ÇAP Dizgi

Kapak Tasarım

Özgür OFLAZ

4. Baskı

Ağustos 2018

İLETİŞİM

ÇAP YAYINLARI

Ostim Mah. 1207 Sokak No: 3/C–D

Ostim / Ankara

Tel: 0312 395 13 36

Fax: 0312 394 10 04

www.capyayinlari.com.tr

bilgi@capyayinlari.com.tr

twitter.com/capyayinlari

facebook.com/capyayinlari



SUNU

Sevgili Öğrenciler,

Gelecekteki hayatınızı şekillendirmek, düşlediğiniz bir yaşamı kurmak için üniversite sınavını başarıyla atlatmanız gerektiğini biliyorsunuz. Bu bilinçle yoğun bir ders çalışma sürecinden geçmektesiniz. Böylesine önemli bir sınavı başarıyla atlatmanın en temel şartlarından biri sınavın ruhunu anlamak ve bu çizgide hazırlanmış kitaplardan yeterince faydalanmaktır.

Bizlerde gayretlerinize destek olmak, çalışmalarınızı daha verimli hâle getirmek amacıyla sınav ruhuna uygun elinizdeki fasikülleri hazırladık.

Kitaplarımız, **Talim Terbiye Kurulu**'nun en son yayımladığı öğretim programında yer alan kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Özgün bir yaklaşım ve titiz bir çalışmanın ürünü olan eserlerimizin ana yapısı şu şekildedir:

Kazanımlara ait bilgiler **konu** sayfasında verilmiştir. Özet konu anlatımından sonra örnek çözümlerine geçilmiş ve bu bölüm **standart sorular ve çözümleri** ile **ÖSYM tarzı sorular ve çözümleri** olmak üzere iki kısımdan oluşturulmuştur. Buradaki amacımız konu ile ilgili soru çeşitlerine hâkim olduktan sonra ÖSYM'nin son yıllarda sorduğu ve sınavlarda çıkma olasılığı yüksek soru türlerine yer vermektir. Örnek çözümlerinden sonra da pekiştirme testleri bulunmaktadır. Bölümün tamamı bittiğinde ise tüm ünitenin özetini bulabilirsiniz. Konuyu özetledikten sonra **Acemi, Amatör, Uzman ve Profesyonel** adı altında dört farklı zorluk düzeyinde çoktan seçmeli soruların bulunduğu karma testlere yer verilmiştir. Arkasından ÖSYM'den Seçmeler adı altında son yıllarda üniversite giriş sınavlarında sorulmuş seçme sorular yer almaktadır.

Kitabımızdaki testlerin tamamını **VİDEO ÇÖZÜMLÜ** hazırladık. Yayınevimize ait olan akıllı telefon uygulamasını (çApp) kullanarak video çözümlerine ulaşabilirsiniz.

Kitaplarımızın eğitim öğretim faaliyetlerinizde sizlere faydalı olması ümidiyle, hepinize başarılı, sağlıklı ve mutlu bir gelecek dileriz.

ÇAP YAYINLARI

Bu kitabın her hakkı Çap Yayınları'na aittir. 5846 ve 2936 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Yasası'na göre Çap Yayınları'nın yazılı izni olmaksızın, kitabın tamamı veya bir kısmı herhangi bir yöntemle basılamaz, yayınlanamaz, bilgisayarda depolanamaz, çoğaltılamaz ve dağıtım yapılamaz.

KİTABIMIZI TANIYALIM





İÇİNDEKİLER

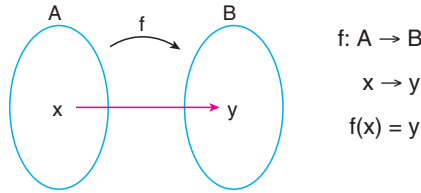
Fonksiyon Kavramı, Dikey Doğru Testi	6
Standart Sorular ve Çözümleri	7
Konu Pekiştirme 1	8
Tanım Kümesi, Değer Kümesi, Görüntü Kümesi	9
Standart Sorular ve Çözümleri	10
Konu Pekiştirme 2	12
Fonksiyonlarda İşlemler	14
Standart Sorular ve Çözümleri	15
ÖSYM Tarzı Sorular ve Çözümleri	17
Konu Pekiştirme 3	18
Fonksiyon Türleri - I	20
Standart Sorular ve Çözümleri	22
ÖSYM Tarzı Sorular ve Çözümleri	24
Konu Pekiştirme 4, 5	25
Fonksiyonlarda Dört İşlem	29
Standart Sorular ve Çözümleri	30
Konu Pekiştirme 6	31
Fonksiyonlarda Bileşke İşlemi	33
Standart Sorular ve Çözümleri	34
ÖSYM Tarzı Sorular ve Çözümleri	35
Konu Pekiştirme 7	37
Ters Fonksiyon	39
Standart Sorular ve Çözümleri	40
ÖSYM Tarzı Sorular ve Çözümleri	44
Konu Pekiştirme 8, 9	46
Fonksiyon Türleri - II	50
Standart Sorular ve Çözümleri	52
Konu Pekiştirme 10	54
Özel Tanımlı Fonksiyonlar	56
Standart Sorular ve Çözümleri	57
Konu Pekiştirme 11	60
Grafik Okuma	62
ÖSYM Tarzı Sorular ve Çözümleri	63
Konu Pekiştirme 12, 13	66
Ünite Özeti	70
Acemi Testleri 1, 2, 3	71
Amatör Testleri 1, 2, 3, 4, 5, 6	77
Uzman Testleri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	89
Profesyonel Testleri 1, 2, 3, 4	103
ÖSYM'den Seçmeler	111



Fonksiyon Kavramı

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere, A'nın her bir elemanını B'nin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f kuralına, A'dan B'ye bir **fonksiyon** denir.

$f: A \rightarrow B$ veya $A \xrightarrow{f} B$ şeklinde gösterilir.



AKLINDA OLSUN

Verilen bir ifadenin fonksiyon olup olmadığını anlamak için iki bilgi kontrol edilir.

1. A kümesinde boşta eleman olmamalıdır.
2. A'daki bir eleman B kümesinde birden fazla elemanla eşlenmemiş olmalıdır.

► Bu tanımlamadaki

A kümesine f 'nin **tanım kümesi** denir.

B kümesine f 'nin **değer kümesi** denir.

► $(x, y) \in f$ ise $y = f(x)$ tir.

► $f(x) = y$ ifadesinde

y ye x in **f altındaki görüntüsü**, $f(x)$ ifadesine **fonksiyonun kuralı** ve

x 'e de **bağımsız değişken** denir.

► A tanım kümesinin tüm elemanlarının f altındaki görüntülerinin kümesine **f 'nin görüntü kümesi** denir ve **$f(A)$** ile gösterilir.

$f(A) \subseteq B$ dir.

$f(A) = \{y \in B \mid y = f(x) \text{ ve } x \in A\}$

Dikey Doğru Testi

Bir bağıntının grafiğine dikey doğrular çizildiğinde bu doğrulardan herhangi biri grafiği **birden fazla** noktada keserse verilen grafiğin bir fonksiyon grafiği olmadığı anlaşılır.

Yani, çizilen dikey doğru grafiğin (x_1, y_1) ve (x_1, y_2) noktalarından geçtiğinde tanım kümesindeki x_1 elemanının, değer kümesindeki y_1 ve y_2 elemanlarının her ikisi ile birden eşleştiği görülür.

Aksi belirtilmedikçe x eksenini tanım kümesi ve y eksenini de değer kümesi olarak düşünülür.

Standart Sorular ve Çözümleri



1

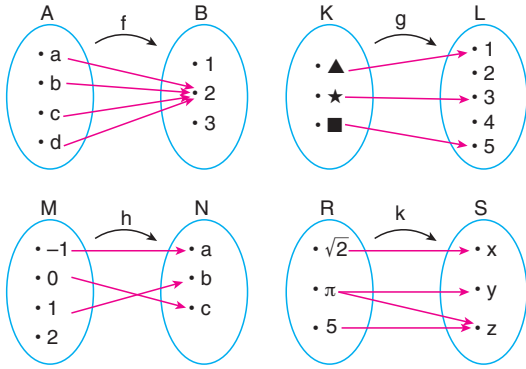
$A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ olmak üzere,

- $f_1 = \{(1, b), (2, c), (3, a)\}$
- $f_2 = \{(1, d), (3, b)\}$
- $f_3 = \{(1, c), (1, a), (3, d), (2, b)\}$

A dan B ye tanımlı bağıntıların fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

- A da boşta eleman kalmadığından ve A daki her eleman B de birden fazla elemanla eşlenmediğinden f_1 bir fonksiyondur.
- A daki 2 elemanı B den hiçbir elemanla eşlenmediği için f_2 bir fonksiyon değildir.
- A daki 1 elemanı, B kümesinden hem a hem de c elemanları ile eşlendiği için f_3 bir fonksiyon değildir.

2



Yukarıda Venn şeması ile gösterilen ilişkilendirmelerin kaç tanesi fonksiyon belirtir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Herbirini ayrı ayrı incelersek; f ve g ifadelerinde fonksiyon olma şartlarının her ikisinin de sağladığını görürüz. (Tanım kümesinde boşta eleman kalmamış olması ve tanım kümesindeki bir eleman, değer kümesinde birden fazla elemanla eşleşmemiş olması)

h ifadesi, tanım kümesinde boşta eleman kaldığı için; k ifadesi de tanım kümesindeki π sayısı, değer kümesinden birden fazla elemanla eşleştiğinden fonksiyon belirtmezler.

Yanıt C

3

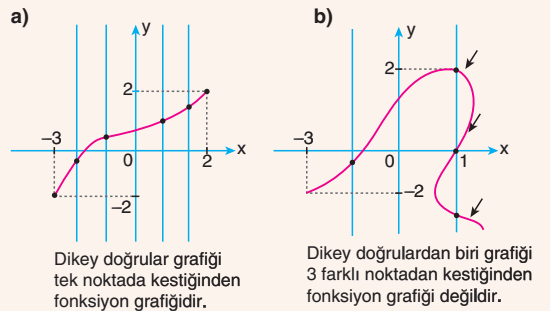
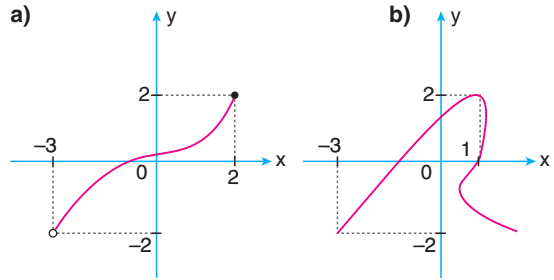
Aşağıda verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

- $f: N \rightarrow N, f(x) = \frac{2x+1}{3}$
- $f: N \rightarrow Z, f(x) = x^2 - x + 1$
- $f: Z \rightarrow R, f(x) = \sqrt{x+3}$
- $f: R \rightarrow R^+, f(x) = 2^{x+1}$

- Tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü bir doğal sayı olmadığından fonksiyon değildir.
($x = 2$ için $f(2) = \frac{5}{3} \notin N$)
- Tanım kümesindeki (N) her elemanın f altındaki görüntüsü bir tam sayı olacağı için fonksiyondur.
- Tanım kümesinde boşta eleman kaldığından (Örneğin $x = -5$ için $f(-5) = \sqrt{-2} \notin R$) fonksiyon değildir.
- $\forall x \in R$ için $2^{x+1} \in R^+$ olduğundan fonksiyondur.

4

Grafiği verilen bağıntıların verildikleri aralıklar için fonksiyon olup olmadığını inceleyiniz.





Konu Pekiştirme - 1

1. $A = \{0, 1, 2, 3\}$

kümesi üzerinde tanımlı aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi fonksiyon belirtir?

$$f = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 0)\}$$

$$g = \{(0, 1), (1, 1), (2, 1), (3, 1)\}$$

$$h = \{(0, 1), (2, 3), (3, 0)\}$$

$$k = \{(0, 2), (1, 3), (2, 2), (0, 1)\}$$

$$m = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Aşağıda verilen ifadelerden kaç tanesi fonksiyondur?

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 8$$

$$k: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad k(x) = 7 - 3x$$

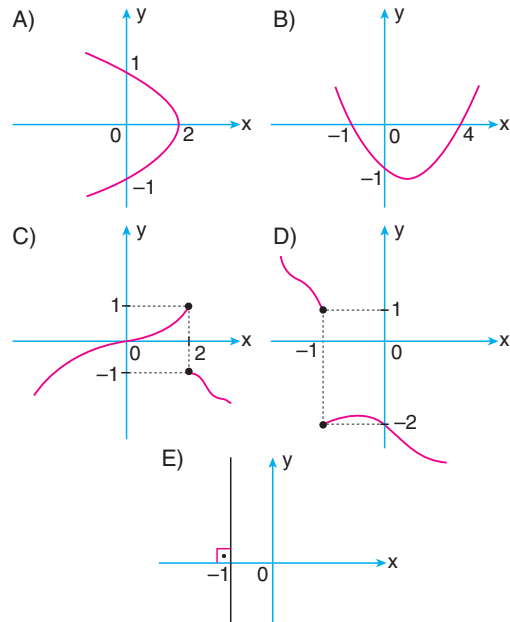
$$g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}^+, \quad g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^-, \quad h(x) = -\frac{x+4}{3}$$

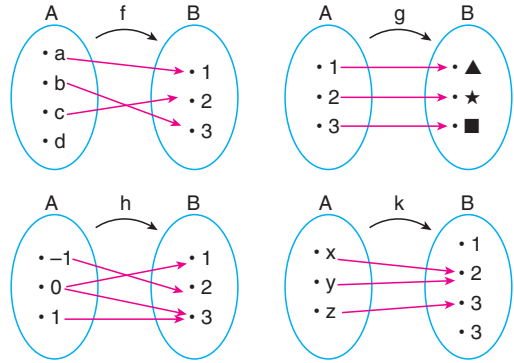
$$m: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad m(x) = \frac{5x+2}{6}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Aşağıda verilen grafiklerden hangisi bir fonksiyon grafiğidir?



4.



Yukarıda A dan B ye tanımlı ifadelerden hangileri fonksiyondur?

A) f, g, h B) f, h C) h, k
D) g, k E) f, g, h, k

5. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{-1, 0, 1\}$

olmak üzere aşağıdakilerden hangisi A dan B ye bir fonksiyondur?

A) $\{(1, -1), (2, 0), (3, 1), (1, 1)\}$
B) $\{(1, 1), (2, 0)\}$
C) $\{(1, -1), (2, -1), (3, -1)\}$
D) $\{(1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$
E) $\{(1, -1), (2, -1), (3, 0), (3, 1)\}$

6. Aşağıda verilen ifadelerden hangileri fonksiyondur?

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$

II. $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt[4]{x-1}$

III. $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}, h(x) = \frac{x-2}{x-5}$

IV. $k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, k(x) = \frac{x-3}{x^2+4}$

V. $m: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, m(x) = 2^{x+1}$

VI. $n: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, n(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-4}}$

A) Hepsi B) IV, V ve VI C) IV ve V
D) I, II, III ve IV E) Hiçbiri

1	2	3	4	5	6
C	B	B	D	C	C



Fonksiyonlarla ilgili hesaplamalar yapılırken aşağıdaki durumlara dikkat edilmelidir.

- Fonksiyonun kuralının nasıl verildiği iyi incelenmelidir.

Örneğin;

i) $f(x) = x^2 - 2x + 5 \Rightarrow f(5) = ?$ için fonksiyonun kuralında x yerine 5 yazılır.

ii) $f(2x - 1) = x^2 - 2x + 5 \Rightarrow f(5) = ?$ için fonksiyonun içindeki ifade 5'e eşitlenerek ilk önce x yerine yazılacak sayı bulunur.

$$2x - 1 = 5 \Rightarrow 2x = 6$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$x = 3 \text{ için } f(2 \cdot 3 - 1) = 3^2 - 2 \cdot 3 + 5 \Rightarrow f(5) = 8 \text{ dir.}$$

- Birbirinin türünden yazılması istenilen fonksiyonlarda her iki fonksiyon da alta yazılarak x 'ler yok edilir veya her iki eşitlikten de x 'ler çekilerek elde edilen ifadeler birbirine eşitlenir.

- Bazı özel fonksiyon türleri için aşağıdaki bilgileri kullanmak pratik çözümler sağlar.

i) $f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$ ve $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

eşitliklerini sağlayan fonksiyonlar, $f(x) = \log_a x$ şeklindeki logaritmik fonksiyonlardır. ($a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$)

ii) $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ ve $f(x - y) = \frac{f(x)}{f(y)}$ eşitliklerini sağlayan fonksiyonlar,

$f(x) = a^x$ şeklindeki üstel fonksiyonlardır. ($a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$)

iii) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ ve $f(x - y) = f(x) - f(y)$

eşitliklerini sağlayan fonksiyonlar, $y = mx$ şeklindeki doğrusal fonksiyonlardır.

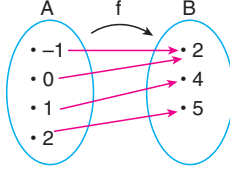
iv) $f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y)$ ve $f\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{f(x)}{f(y)}$

eşitliklerini sağlayan fonksiyonlar, $f(x) = x^a$ şeklindeki polinom fonksiyonlardır.

Standart Sorular ve Çözümleri



1



$$g = \{(-3, 5), (4, 6), (7, -3), (12, 5)\}$$

$$h(x) = x^2 - x + 1$$

x	$\sqrt{2}$	-5	6	7
k(x)	3	7	-8	15

Yukarıda verilen f, g, h, k fonksiyonlarına göre,

$$\frac{k(7) \cdot h(1)}{f(0) - g(7)}$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Her fonksiyon farklı şekillerde gösterilmiştir.

Venn şeması gösterimine göre $f(0) = 2$ dir.

Sıralı ikili gösterimine göre $g(7) = -3$ tür.

Kuralı verilen h fonksiyonu için

$$h(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1 \text{ dir.}$$

Tablo gösterimine göre de $k(7) = 15$ tir.

O hâlde,

$$\frac{k(7) \cdot h(1)}{f(0) - g(7)} = \frac{15 \cdot 1}{2 - (-3)} = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt C

2

f, g: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(\sqrt[3]{x-2} + 3) = x + 5$$

$$g(x^2 - 3x + 1) = 3x^2 - 9x + 16$$

olduğuna göre, $f(1) + g(4)$ toplamı kaçtır?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

Fonksiyonun içinde x'e bağlı farklı bir ifade olduğunda, bu ifade istenilen sayıya eşitlenerek x yerine yazılacak sayı bulunur.

$f(1)$ değeri gerektiğine göre,

$$\sqrt[3]{x-2} + 3 = 1 \Rightarrow \sqrt[3]{x-2} = -2$$

$$x - 2 = -8$$

$$x = -6 \text{ olmalıdır.}$$

$x = -6$ için $f(1) = -6 + 5 = -1$ dir.

Ayrıca, fonksiyonun içindeki ifade ile fonksiyonunun eşit olduğu ifade arasında bir ilişki varsa daha kolay hesaplama yapılabilir.

$$g(x^2 - 3x + 1) = 3x^2 - 9x + 16$$

$$g(x^2 - 3x + 1) = 3(x^2 - 3x + 1) + 13$$

$$x^2 - 3x + 1 = k \text{ olsun.}$$

$$g(k) = 3k + 13 \text{ olur.}$$

$$k = 4 \text{ için}$$

$$g(4) = 3 \cdot 4 + 13$$

$$= 25 \text{ bulunur.}$$

O hâlde, $f(1) + g(4) = -1 + 25$

$$= 24 \text{ tür.}$$

Yanıt D

ÖSYM Tarzı Sorular ve Çözümleri



7

Gerçek sayılarda tanımlı bir f fonksiyonu için,

$$f(x) + 4f(-x) = 4$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

$$x = 3 \text{ için } f(3) + 4 \cdot f(-3) = 4$$

$$x = -3 \text{ için } f(-3) + 4 \cdot f(3) = 4$$

eşitlikleri elde edilir.

$f(3)$ değeri istendiğinden $f(-3)$ ifadesini yok etmek için ikinci denklem -4 ile çarpılarak birinci denklem toplanır.

$$f(3) + 4 \cdot f(-3) = 4$$

$$+ \quad -4 / f(-3) + 4 \cdot f(3) = 4$$

$$f(3) + 4f(-3) - 4f(-3) - 16f(3) = 4 - 16$$

$$-15f(3) = -12$$

$$f(3) = \frac{12}{15}$$

$$f(3) = \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

Yanıt E

8

$$f(3x) = 3 \cdot f(x) - 4$$

$$f(3) = 20$$

olduğuna göre, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

$$x = 1 \text{ için } f(3 \cdot 1) = 3 \cdot f(1) - 4$$

$$20 = 3 \cdot f(1) - 4$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ için } f(1) = 8 \text{ olur.}$$

$$f\left(3 \cdot \frac{1}{3}\right) = 3 \cdot f\left(\frac{1}{3}\right) - 4$$

$$f(1) = 3 \cdot f\left(\frac{1}{3}\right) - 4$$

$$8 = 3 \cdot f\left(\frac{1}{3}\right) - 4$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 4 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

9

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$$

olmak üzere, $f(1) = 2$ dir.

Buna göre, $f(4)$ kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

1. Yol:

$f(1)$ bilindiği için $x = 1$ ve $y = 1$ için

$$f(1 + 1) = f(1) \cdot f(1) \Rightarrow f(2) = 2 \cdot 2 \Rightarrow f(2) = 4 \text{ tür.}$$

$x = 2$ ve $y = 2$ için

$$f(2 + 2) = f(2) \cdot f(2) \Rightarrow f(4) = 4 \cdot 4 \Rightarrow f(4) = 16 \text{ olur.}$$

2. Yol:

$f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ eşitliğini sağlayan

funksiyonlar, $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$f(x) = a^x$ şeklindeki fonksiyonlardır.

$f(x) = a^x$ ve $f(1) = 2$ ise $f(1) = a^1 \Rightarrow 2 = a$ olur.

$f(x) = 2^x$ olduğundan $f(4) = 2^4 = 16$ bulunur.

Yanıt E

10

$$f\left(\frac{2}{x}\right) = \frac{\frac{x}{2} + 1}{\frac{x}{2} - 1}$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1+2x}{1-2x}$ B) $\frac{x+2}{x-2}$ C) $\frac{1+x}{1-x}$

- D) $\frac{2x}{2x-1}$ E) $\frac{2x}{x+1}$

$\frac{2}{x}$ ile $\frac{x}{2}$ ifadeleri birbirinin çarpmaya göre tersidir.

$$\frac{2}{x} = k \text{ olursa } \frac{x}{2} = \frac{1}{k} \text{ olur.}$$

$$f(k) = \frac{\frac{1}{k} + 1}{\frac{1}{k} - 1} \Rightarrow f(k) = \frac{1+k}{1-k} \Rightarrow f(k) = \frac{1+k}{1-k} \text{ olur.}$$

k yerine x yazılırsa $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ bulunur.

Yanıt C



Konu Pekiştirme - 3

1. $f(2x + 1) = 4x^2 - 1$

olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

2. $m \neq 0$ olmak üzere,

$$f\left(\frac{x+m}{m}\right) = \frac{x-m}{m}$$

olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

3. $f(x^2 + 2x - 3) = 3x^2 + 6x - 11$

olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $f\left(\frac{x-1}{3}\right) = \frac{x^2 - 2x + 1}{9}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(\sqrt{3})$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) 3 E) $2\sqrt{3}$

5. Uygun şartlar altında,

$$f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = \frac{x+1}{2-x}$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) x B) $-\frac{1}{x}$ C) $x+1$
D) $\frac{1}{x+1}$ E) $x-2$

6. $f(x) = 2^x$

olduğuna göre, $\frac{f(x+3)}{f(x-1)}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $f(1)$ B) $f(2)$ C) $f(3)$ D) $f(4)$ E) $f(5)$

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı $f(x)$ fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için

$$f(x) + 3f(-x) = x^2 + 2x + 8$$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, $f(4)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4

8. $f(x) = \frac{3x-4}{5}$ veriliyor.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu hangi elemanı kendisine dönüştürür?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2



AKLINDA OLSUN

1. Kuralı verilen bir fonksiyonunun yaklaşık olarak (kabaca) grafiği çizilirse türünü belirlemek kolaylaşır.
2. İçine ve örtenlik durumları araştırılırken değer kümesinden farklı elemanlar seçilerek fonksiyonun kuralına eşitlenir ve karşılık gelen x değerleri araştırılır.

$f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon olsun.

a) Bire Bir Fonksiyon

- ▶ A daki her elemanı B den farklı bir elemana eşlemelidir.
- ▶ $\forall x_1, x_2 \in A$ için $x_1 \neq x_2$ iken $f(x_1) \neq f(x_2)$ olmalıdır.
- ▶ $f(x_1) = f(x_2)$ ise $x_1 = x_2$ olmalıdır.
- ▶ x eksenine paralel biçimde çizilen doğrular fonksiyonun grafiğini bir noktada kesmelidir. Birden fazla noktada kesiyorsa bire bir olmaz.

b) Örten Fonksiyon

- ▶ B kümesinde boşta eleman kalmamalıdır.
- ▶ $f(A) = B$ ve $s(A) \geq s(B)$ olmalıdır.
- ▶ $\forall y \in B$ için $f(x) = y$ koşulunu sağlayan en az bir $x \in A$ olmalıdır.
- ▶ Değer kümesinin herhangi bir elemanından x eksenine paralel çizilen doğru, fonksiyonunun grafiğini mutlaka keser.

c) İçine Fonksiyon

- ▶ B de boşta eleman kalmalıdır.
- ▶ $f(A) \neq B$ olmalıdır. ($f(A) \subset B$)

d) Eşit Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$ ve $g: A \rightarrow B$ olmak üzere, tanım kümeleri aynı olan iki fonksiyon, A'nın her elemanı için aynı değeri alıyorsa f ve g eşit fonksiyonlardır.

- ▶ $f = g \Leftrightarrow \forall x \in A$ için $f(x) = g(x)$ tir.

e) Sabit Fonksiyon

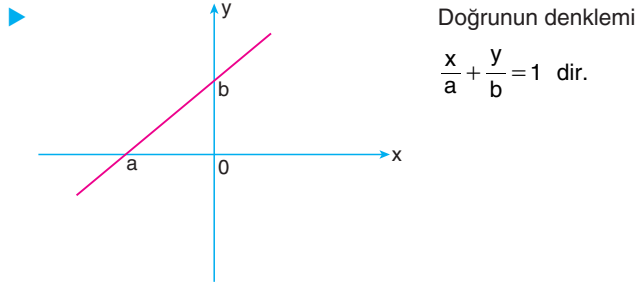
- ▶ $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunda $f(A)$ görüntü kümesi tek elemanlıdır.
- ▶ $\forall x \in A$ ve $c \in B$ için $f(x) = c$ dir.
- ▶ Sabit fonksiyonun grafiği x eksenine paralel bir doğrudur.
- ▶ Polinom türü bir sabit fonksiyonun kuralında x, x^2, x^3 vb. terim bulunmaz.
- ▶ Rasyonel ifadeli sabit fonksiyonlarda eşit dereceli terimlerin katsayıları oranı eşittir.
- ▶ $f(x) = 0$ fonksiyonuna **sıfır fonksiyonu** denir.

f) Birim Fonksiyon

- ▶ $f: A \rightarrow B$, $f(x) = x$ fonksiyonuna **birim fonksiyon** denir.
- ▶ Tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü kendisine eşittir.
- ▶ Bire bir ve örtendir.
- ▶ Verilen polinom türü bir ifadede x li terimin katsayısı 1, diğer terimlerin katsayıları 0 olmalıdır.

g) Doğrusal (Lineer) Fonksiyon

- ▶ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ fonksiyonuna **doğrusal fonksiyon** denir.
- ▶ Grafiği çizildiğinde bir doğru elde edilir.



- ▶ Eğimi m olan ve $A(x_1, y_1)$ noktasından geçen doğrunun denklemi $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ dir.

Fonksiyon Sayısı

$s(A) = a$ ve $s(B) = b$ olmak üzere,

- ▶ A dan B ye tanımlanan fonksiyonların sayısı b^a dir.
- ▶ A dan B ye tanımlanan bire bir fonksiyonların sayısı $\frac{b!}{(b-a)!}$ dir. ($a \leq b$)
- ▶ A dan B ye tanımlanan sabit fonksiyonların sayısı b dir.



AKLINDA OLSUN

$f: A \rightarrow A$ ve $s(A) = a$ olmak üzere, A dan A ya

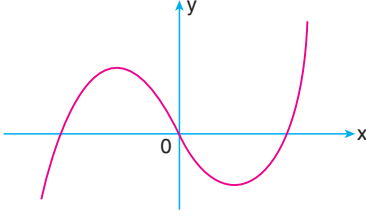
▶ $a!$ tane bire-bir ve örten fonksiyon tanımlanabilir.

▶ $a^a - a!$ tane içine fonksiyon tanımlanabilir.

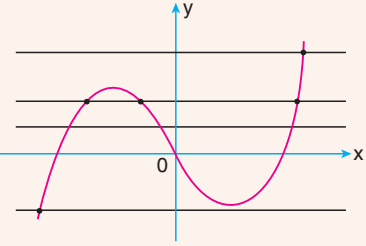


Standart Sorular ve Çözümleri

1



Grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun türünü belirleyiniz. ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$)



Değer kümesinin (\mathbb{R}) her bir noktasından x eksenine çizilen paralel doğrular grafiği mutlaka keser. O hâlde f örten bir fonksiyondur. Bu doğrulardan biri grafiği 3 farklı noktada kestiği için bire bir değildir. Değer kümesinde (\mathbb{R}) açıkta kalan hiçbir eleman olmadığı için içine değildir. Örtendir.

2

$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$,

$$f(x) = 2x + 3$$

fonksiyonunun türünü belirleyiniz.

i) $f(x_1) = f(x_2)$

$$2x_1 + 3 = 2x_2 + 3$$

$$2x_1 = 2x_2$$

$$x_1 = x_2 \text{ olduğu için } f \text{ bire birdir.}$$

ii) Değer kümesindeki (\mathbb{Z}) her elemanın bir karşılığı olmayabilir.

Örneğin; -4 için

$$2x + 3 = -4$$

$$x = -\frac{7}{2} \notin \mathbb{Z} \text{ dir.}$$

O hâlde f örten değildir.

iii) Değer kümesinde boşta eleman kaldığına göre ($y = -4$ için x değeri yok) f fonksiyonu içinedir.

iv) f fonksiyonu hem bire bir hem de içine olduğu için bire bir ve içine fonksiyondur.

3

$$f(x) = (a - 2)x^2 - (b + 3)x - a \cdot b + 4$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $f(9999)$ kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

Sabit fonksiyonun kuralında $x, x^2 \dots$ vb. terim bulunmayacağından

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3 \text{ tür.}$$

$$f(x) = -a \cdot b + 4$$

$$= -2 \cdot (-3) + 4$$

$$= 10 \text{ ise}$$

$$f(9999) = 10 \text{ dur.}$$

Yanıt A

4

$$f(x) = \frac{ax - 3 - 2x}{4 + 2x}$$

fonksiyonu sabit bir fonksiyon olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

$$f(x) = \frac{ax - 3 - 2x}{4 + 2x} = \frac{(a - 2)x - 3}{2x + 4}$$

Pay ve paydadaki x lerin katsayıları oranı, sabitlerin oranına eşit olduğundan

$$\frac{a - 2}{2} = \frac{-3}{4} \Rightarrow 4a - 8 = -6$$

$$\Rightarrow 4a = 2$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Yanıt D

9

f(x) doğrusal fonksiyon ve

$$f(5x - 3) + f(3x + 11) = 8x + 16$$

olduğuna göre, f(-1) kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

I. Yol:

$f(x) = ax + b$ olsun.

$$a(5x - 3) + b + a(3x + 11) + b = 8x + 16$$

$$5ax - 3a + b + 3ax + 11a + b = 8x + 16$$

$$8ax + 8a + 2b = 8x + 16$$

Polinomların eşitliğinden faydalanarak x lerin katsayıları birbirine ve sabit sayılar da birbirine eşitlenerek a ve b bulunur.

$$8a = 8 \Rightarrow a = 1$$

$$8a + 2b = 16 \Rightarrow 8 + 2b = 16 \Rightarrow b = 4$$

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = x + 4 \text{ olur.}$$

$$f(-1) = -1 + 4 = 3 \text{ tür.}$$

II. Yol:

$$f(ax + b) + f(cx + d) = mx + n \text{ ise}$$

$$f\left(\frac{ax + b + cx + d}{2}\right) = \frac{mx + n}{2} \text{ dir.}$$

O hâlde,

$$f\left(\frac{5x - 3 + 3x + 11}{2}\right) = \frac{8x + 16}{2}$$

$$f(4x + 4) = 4x + 8 \text{ olur.}$$

Her iki tarafta da 4x yerine -5 yazılırsa;

$$f(-5 + 4) = -5 + 8$$

$$f(-1) = 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt D

10

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ ve } B = \{a, b, c\}$$

olduğuna göre,

- a) A dan B ye fonksiyon sayısını bulunuz.
b) A dan B ye bire bir fonksiyon sayısını bulunuz.
c) A dan B ye sabit fonksiyon sayısını bulunuz.

$$s(A) = 4 \text{ ve } s(B) = 3 \text{ olduğu için}$$

a) Fonksiyon sayısı $3^4 = 81$ dir.

b) $s(A) > s(B)$ olduğundan bire bir fonksiyon tanımlanamaz.

c) $s(B) = 3$ olduğundan 3 tane sabit fonksiyon tanımlanabilir.

11

A = {-1, 0, 1} ve B = {0, 1, 2} olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 1, \quad f: A \rightarrow B$$

$$g(x) = \sqrt{x+1}, \quad g: A \rightarrow B$$

$$h(x) = x + 1, \quad h: A \rightarrow B$$

$$k(x) = x^3 + 1, \quad k: A \rightarrow B$$

fonksiyonlarından hangileri birbirine eşittir?

- A) f ve g B) f, g ve h C) g ve k
D) h ve k E) g, h ve k

Tanım kümeleri aynı olduğundan, A'daki her eleman için ayrı ayrı hepsinin değerleri bulunur.

$x = -1$ için;

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$g(-1) = \sqrt{-1+1} = 0$$

$$h(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$k(-1) = (-1)^3 + 1 = 0$$

Sonuçları aynı olduğundan eşit olabilirler.

$x = 0$ için;

$$g(0) = \sqrt{0+1} = 1$$

$$h(0) = 0 + 1 = 1$$

$$k(0) = 0^3 + 1 = 1$$

Sonuçlar aynı

$x = 1$ için;

$$g(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$h(1) = 1 + 1 = 2$$

$$k(1) = 1^3 + 1 = 2$$

Sonuçları aynı olduğundan eşittir.

$h(x)$ ve $k(x)$ fonksiyonları birbirine eşittir.

Yanıt D

Fonksiyonlarda Dört İşlem



KONU

$f: A \rightarrow R$ ve $g: B \rightarrow R$ olmak üzere, f ve g fonksiyonların birlikte tanımlı oldukları x değerleri için aşağıdaki eşitlikler tanımlıdır.

1. $f + g: A \cap B \rightarrow R$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

Örneğin,

$$(f + g)(5) = f(5) + g(5) \text{ tir.}$$

2. $f - g: A \cap B \rightarrow R$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

Örneğin,

$$(f - g)(-2) = f(-2) - g(-2) \text{ dir.}$$

3. $f \cdot g: A \cap B \rightarrow R$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

Örneğin,

$$(f \cdot g)(4) = f(4) \cdot g(4) \text{ tür.}$$

4. $\frac{f}{g}: A \cap B \rightarrow R$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0)$$

Örneğin,

$$\left(\frac{f}{g}\right)(\sqrt{2}) = \frac{f(\sqrt{2})}{g(\sqrt{2})} \text{ dir. } (g(\sqrt{2}) \neq 0)$$

5. $k \cdot f: A \rightarrow R$

$$(k \cdot f)(x) = k \cdot f(x) \quad (k \in R)$$

Örneğin,

$$(3 \cdot f)(10) = 3 \cdot f(10) \text{ dur.}$$



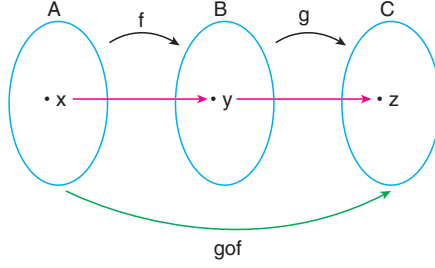
AKLINDA OLSUN

Fonksiyonların tanım kümelerinin kesiştiği noktalarda dört işlem yapılır.

Fonksiyonlarda Bileşke İşlemi



KONU



$f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ şeklinde tanımlı fonksiyonlar olmak üzere, A dan C ye yazılabilecek fonksiyona "g bileşke f" fonksiyonu denir ve "gof" şeklinde gösterilir.

$$(gof)(x) = g(f(x)) \text{ tir.}$$

Özellikler:

1. Bileşke işleminin değişme özelliği yoktur.

$$(fog)(x) \neq (gof)(x)$$

2. Bileşke işleminin birleşme özelliği vardır.

$$fogoh = (fog)oh = fo(goh)$$

3. $I(x)$, birim fonksiyon olmak üzere,

$$(foI)(x) = (Iof)(x) \text{ tir.}$$

Örneğin,

$(fog)(4)$ ifadesini hesaplamak için $(fog)(4) = f(g(4))$ eşitliğinden dolayı önce $g(4)$ değeri bulunur. Sonra, bulunan değer, f fonksiyonda x yerine yazılır.



AKLINDA OLSUN

Bileşke işlemi yapılırken,

- i) Sağdaki fonksiyonun tamamı, soldaki fonksiyondaki x yerine yazılır.
- ii) Sağdan sola doğru işlem yapılır.



5

$m \in \mathbb{R}^-$ olmak üzere,

$$f(x) = mx + n$$

$$(f \circ f)(x) = 36x + 15$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-x + 18$ B) $-6x - 3$ C) $-6x + 9$
D) $-3x + 5$ E) $-9x + 6$

$$(f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$36x + 15 = f(mx + n)$$

$$36x + 15 = m(mx + n) + n$$

$$36x + 15 = m^2 \cdot x + m \cdot n + n$$

$$m^2 = 36 \Rightarrow m = \mp 6 \text{ olur.}$$

$m \in \mathbb{R}^-$ olduğundan $m = -6$ dir.

$$m \cdot n + n = 15$$

$$-6n + n = 15$$

$$n = -3 \text{ olur.}$$

$$f(x) = mx + n$$

$$f(x) = -6x - 3 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

6

$f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$(f \circ g)(x) = 3 \cdot g^2(x) - 5 \cdot g(x) + 2$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

$$f(g(x)) = 3 \cdot g^2(x) - 5 \cdot g(x) + 2$$

eşitliğinde, her iki tarafta da $g(x)$ yerine k yazalım.

$$f(k) = 3k^2 - 5k + 2 \text{ elde edilir.}$$

$$k = -1 \text{ için}$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 2$$

$$= 10 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

7

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5 - x$$

olduğuna göre, $\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{1881 \text{ tane}}(5)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 1 C) 0 D) -1 E) -5

$$f(5) = 5 - 5 = 0 \text{ ve } f(0) = 5 - 0 = 5$$

olduğundan sağdan sola doğru hesaplama yapıldığında daima 0 ve 5 elde edilmektedir.

f fonksiyonu 1 kez kullanılırsa 0;

f fonksiyonu 2 kez kullanılırsa 5

elde edildiğine göre, tek sayıda kullanım için 0 sonucu; çift sayıda kullanım içinde 5 sonucunun elde edildiği anlaşılır. 1881 bir tek sayı olduğundan sonuç 0 dir.

Yanıt C

8

f, g gerçel sayılarda tanımlı iki fonksiyon ve

$$f(x) = 3 - 2x$$

$$g(x) = 6x - 4$$

olduğuna göre,

$$(f \circ f)(k) - (g \circ f)(k) = 15$$

denklemini sağlayan k değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

$$(f \circ f)(x) = f(3 - 2x) = 3 - 2(3 - 2x) = 4x - 3$$

$$(g \circ f)(x) = g(3 - 2x) = 6(3 - 2x) - 4 = -12x + 14$$

olduğundan

$$(f \circ f)(k) - (g \circ f)(k) = 15$$

$$4k - 3 - (-12k + 14) = 15$$

$$16k - 17 = 15$$

$$k = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

Konu Pekiştirme - 7



1. $f(x) = x - 1$
 $(g \circ f)(x) = -5x + 6$
olduğuna göre, $g(4)$ kaçtır?
A) -20 B) -19 C) -18 D) -17 E) -12

2. $f(x) = x^2 - 1$
 $g(x) = x + 2$
olduğuna göre, $\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(1)}{x - 1}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x + 1$ B) $x + 2$ C) $x + 3$
D) $x + 4$ E) $x + 5$

3. $f(x) = \frac{1}{1-x}$
olduğuna göre, $(f \circ f \circ f)(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
A) $\frac{1}{(1-x)^3}$ B) $\frac{1}{1-x^3}$ C) $\frac{1}{1-x}$
D) $1-x$ E) x

4. $f(x+3) = 6x - 2$
 $g(4-x) = 2x + 3$
olduğuna göre, $(f \circ g)(1)$ değeri kaçtır?
A) 8 B) 18 C) 28 D) 34 E) 36

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = 2x + 14$ ve $g(x) = (a-2)x - 14$
fonksiyonları tanımlanıyor.
 $(g \circ f)(-8) = 20$
olduğuna göre, a kaçtır?
A) -14 B) -15 C) -16 D) -17 E) -20

6. $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ kümesi üzerinde tanımlı
 $f = \{(1, 1), (-1, 3), (3, 1)\}$
fonksiyonu veriliyor.
Buna göre, $(f \circ f \circ f)(-1)$ değeri kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

7. $f(x) = 3x + n$
 $g(x) = \frac{x+m}{x-1}$
fonksiyonları veriliyor.
 $(f \circ g)(x) = 2$ olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $f(x) = 25^{x-1}$
 $g(x) = x - 1$
fonksiyonları veriliyor.
Buna göre, $(f \circ g)(x)$ in $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{f(x)}{25}$ B) $\frac{f(x)}{15}$ C) $\frac{f(x)}{5}$
D) $5 \cdot f(x)$ E) $25 \cdot f(x)$

Ters Fonksiyon



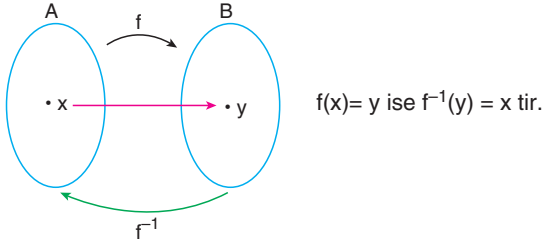
KONU

$$f: A \rightarrow B$$

fonksiyonu bire bir ve örten bir fonksiyon olsun.

$$f^{-1}: B \rightarrow A$$

fonksiyonuna **f fonksiyonunun tersi** denir.



Bir $f(x)$ fonksiyonunun tersi bulunurken;

- 1. adım:** Eşitlikte $f(x)$ yerine y yazılır.
- 2. adım:** x ile y yer değiştirir.
- 3. adım:** y , eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır.

Özellikler:

- $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$
- $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$
- $f(x)$ ile $f^{-1}(x)$ grafikleri $y = x$ doğrusuna göre simetrikdir.
- $(f \circ g)(x) = x$ ise $f(x) = g^{-1}(x)$ ya da $f^{-1}(x) = g(x)$ tir.
- $(f \circ g)(x) = h(x)$ ise $g(x) = (f^{-1} \circ h)(x)$
 $(f \circ g)(x) = h(x)$ ise $f(x) = (h \circ g^{-1})(x)$
- Birim fonksiyonun tersi kendisine eşittir.
- Sabit fonksiyonun tersi yoktur.



UYARI

$$f^{-1} \neq \frac{1}{f} \text{ dir.}$$



AKLINDA OLSUN

- $f(x) = \frac{ax+b}{c}$ ise
 $f^{-1}(x) = \frac{cx-b}{a}$ dir.
- $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ise
 $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ dir.
- $f(x) = a-x$ ise
 $f^{-1}(x) = a-x$ tir.
- $f(x) = \frac{a}{x}$ ise
 $f^{-1}(x) = \frac{a}{x}$ tir.

ÖSYM Tarzı Sorular ve Çözümleri

15

$$f^{-1}\left(\frac{2x+4}{5-3x}\right) = x + 1$$

olduğuna göre, $f(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2x+2}{8-3x}$ B) $\frac{2x+4}{5-3x}$ C) $\frac{2x+3}{2-3x}$
D) $\frac{2x+2}{2-3x}$ E) $\frac{2x+3}{8-3x}$

$f^{-1}(a) = b$ ise $f(b) = a$ olduğundan

$$f(x+1) = \frac{2x+4}{5-3x} \text{ olur.}$$

$(x+1)$ in tersi $(x-1)$ olduğu için eşitlikteki x lerine $(x-1)$ yazılırsa;

$$f(x-1+1) = \frac{2(x-1)+4}{5-3(x-1)}$$

$$f(x) = \frac{2x+2}{8-3x} \text{ bulunur.}$$

Yanıt A

16

$$f^{-1}(3-4x) = g(5x+1)$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(-4)$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

Her iki tarafında f ile bileşkesi alınırsa,

$$f \circ f^{-1}(3-4x) = f \circ g(5x+1)$$

$$3-4x = (f \circ g)(5x+1) \text{ olur.}$$

$$5x+1 = -4 \Rightarrow x = -1 \text{ dir.}$$

$$(f \circ g)(5 \cdot (-1) + 1) = 3 - 4 \cdot (-1)$$

$$(f \circ g)(-4) = 7 \text{ bulunur.}$$

Yanıt B

17

$$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{-1}{4} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{4} \right\}$$

$$x = \frac{f(x)-3}{5-4f(x)}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{4x-3}{1-4x}$ B) $\frac{5x+3}{4x-1}$ C) $\frac{5x+3}{4x+1}$
D) $\frac{x-3}{4x+5}$ E) $\frac{x-3}{5-4x}$

Bir fonksiyonun tersi bulunurken

i) $f(x)$ yerine y yazılır.

$$x = \frac{y-3}{5-4y}$$

ii) x ile y nin yerleri değiştirilir.

$$y = \frac{x-3}{5-4x}$$

iii) Denklemden y çekilir.

y zaten çekili durumda olduğundan fonksiyonun tersi kendiliğinden ortaya çıkmış olur.

$$f^{-1}(x) = \frac{x-3}{5-4x} \text{ tir.}$$

Yanıt E

18

$$g^{-1}(x) = 3 \cdot f(x) - x + 1$$

$$f(-3) = 2$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $g(10)$ değeri kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) -2 D) 0 E) 2

$f(-3)$ değeri bilindiği için ilk eşitlikte x yerine -3 yazalım.

$$\begin{aligned} x = -3 \Rightarrow g^{-1}(-3) &= 3 \cdot f(-3) - (-3) + 1 \\ &= 3 \cdot 2 + 3 + 1 \\ &= 10 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$g^{-1}(-3) = 10 \text{ ise } g(10) = -3 \text{ tür.}$$

Yanıt B

Konu Pekiştirme - 8

1. Tanımlı oldukları aralıklar için

I. $f(x) = x + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = x + 4$

II. $g(x) = \frac{3x-5}{6} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{6x-5}{3}$

III. $h(x) = 1 - x \Rightarrow h^{-1}(x) = x - 1$

IV. $k(x) = \frac{3x}{2} \Rightarrow k^{-1}(x) = \frac{2x}{3}$

V. $m(x) = \frac{3-7x}{8} \Rightarrow m^{-1}(x) = \frac{3-8x}{7}$

fonksiyonlarından kaç tanesinin tersi doğru verilmiştir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Tanımlı oldukları aralıklarda

I. $f(x) = \frac{5x-7}{3x-4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x-7}{3x-5}$

II. $g(x) = \frac{2-4x}{5x+1} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-1-4x}{5x-2}$

III. $h(x) = \frac{-4}{2x+1} \Rightarrow h^{-1}(x) = \frac{x-4}{2x}$

IV. $k(x) = \frac{8x+5}{3x} \Rightarrow k^{-1}(x) = \frac{3x-5}{8x}$

V. $m(x) = \frac{7}{x} \Rightarrow m^{-1}(x) = 7x$

fonksiyonlardan kaç tanesinin tersi yanlış verilmiştir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Tanımlı oldukları aralıklar için aşağıda verilenlerden hangisi doğrudur?

A) $f(x) = 2x^3 + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{\sqrt[3]{x-4}}{2}$

B) $g(x) = \sqrt[3]{x} - 1 \Rightarrow g^{-1}(x) = x^3 + 1$

C) $h(x) = \sqrt[5]{x-4} + 1 \Rightarrow h^{-1}(x) = \frac{x^5-1}{4}$

D) $k(x) = \frac{x^7-2}{3} \Rightarrow k^{-1}(x) = \sqrt[7]{3x+2}$

E) $m(x) = \frac{(x-1)^3}{2} \Rightarrow m^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x+1}$

4. $f(x) = \frac{3-4x}{2}$

olduğuna göre, $f^{-1}(-2)$ kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 1

5. $f: \mathbb{R} - \{-3\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{2}\right\}$

$f(x) = \frac{5x-2}{2x+6}$ fonksiyonu veriliyor.

$f^{-1}(2) = f(a+1)$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $-\frac{109}{23}$ B) $-\frac{115}{32}$ C) $-\frac{111}{17}$
D) $\frac{109}{23}$ E) $\frac{115}{32}$

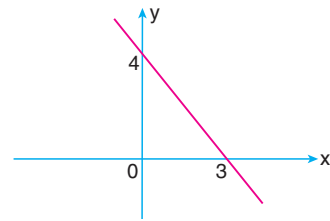
6. $f: \mathbb{R} - \left\{\frac{-1}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{5}{4}\right\}$ olmak üzere,

$x = \frac{2f(x)+1}{5-4f(x)}$

olduğuna göre, $f^{-1}(-1)$ kaçtır?

- A) 3 B) 2 C) 1 D) $-\frac{3}{7}$ E) $-\frac{1}{9}$

7.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre, $f(4) - f^{-1}(-2)$ kaçtır?

- A) $-\frac{11}{2}$ B) $-\frac{17}{3}$ C) $-\frac{35}{6}$
D) -6 E) $-\frac{37}{6}$



1. Tek Fonksiyon - Çift Fonksiyon

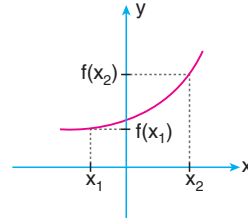
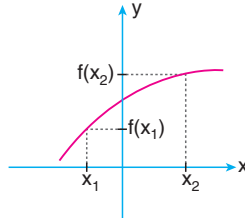
$f: A \rightarrow B$ ve her $x \in A$ için $(-x) \in A$ olmak üzere,

- i) $f(-x) = f(x)$ ise f fonksiyonu **çifttir**.
- ii) $f(-x) = -f(x)$ ise f fonksiyonu **tektir**.
- iii) Çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre, tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktr.
- iv) İki çift fonksiyonun toplamı, farkı ve çarpımı da çift fonksiyondur. Bölümü çift fonksiyon olmayabilir.
İki tek fonksiyonun toplamı, farkı tek fonksiyondur.
- v) Çift fonksiyonun tam sayı olan kuvvetleri de çift fonksiyondur.
Tek fonksiyonların tek tam sayı kuvvetleri tek; çift tam sayı kuvvetleri de çift fonksiyondur.
- vi) f çift fonksiyon ise $(f \circ f)$ çift fonksiyondur.
 f tek fonksiyon ise $(f \circ f)$ tek fonksiyondur.
- vii) Biri tek, diğeri çift olan iki fonksiyonun çarpımı veya bölümü tek fonksiyondur.
- viii) İki fonksiyondan biri çift ise $f \circ g$ ve $g \circ f$ fonksiyonları da çifttir.

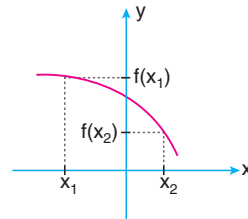
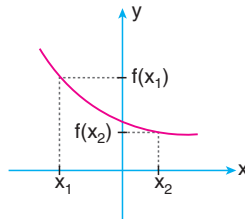
2. Artan, Azalan, Sabit Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu ve her $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ için

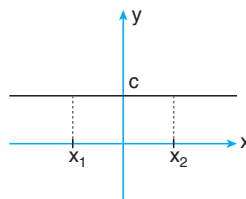
- i) $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ ise f artan fonksiyondur.



- ii) $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ ise f azalan fonksiyondur.



- iii) $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) = f(x_2) = c \in \mathbb{R}$ ise f sabit fonksiyondur.



3. Pozitif Değerli - Negatif Değerli Fonksiyonlar

$a \in \mathbb{R}$ için $f(a) = 0$ ise a sayısına **f fonksiyonunun sıfırı** denir.

- i) Bir f fonksiyonunun sıfırları, $f(x) = 0$ denkleminin kökleridir.
- ii) Bir f fonksiyonunun sıfırları, fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktalardır.
- iii) Fonksiyonun grafiğinde x ekseninin altında kalan kısımda (III. ve IV. bölgeler) fonksiyon negatif değerlidir. ($f(x) < 0$)
- iv) Fonksiyonun grafiğinde x ekseninin üstünde kalan kısımda (I. ve II. bölgeleri) fonksiyon pozitif değerlidir. ($f(x) > 0$)

4. Grafik Yardımıyla Denklem Çözümü

- i) $f(x) = g(x)$ denkleminin çözüm kümesi, f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin kesim noktalarının apsiserinden oluşur.
- ii) $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x) = c$ denkleminin çözüm kümesi, f(x) in grafiği ile y eksenini c de kesen yatay doğrunun kesim noktalarının apsiserinden oluşur.



Standart Sorular ve Çözümleri

1

Aşağıdaki fonksiyonların tek ve çift fonksiyon olup olmadıklarını inceleyiniz.

- a) $f(x) = 3x^2 - 4$
b) $g(x) = -x^5 - 7x^3 + x$
c) $h(x) = \cos 2x$
d) $m(x) = \sin x + 3$

a) $f(x) = 3x^2 - 4$
 $f(-x) = 3(-x)^2 - 4 = 3x^2 - 4$
 $\Rightarrow f(-x) = f(x)$ olduğundan çift fonksiyondur.

b) $g(x) = -x^5 - 7x^3 + x$
 $g(-x) = -(-x)^5 - 7 \cdot (-x)^3 + (-x) = x^5 + 7x^3 - x$
 $\Rightarrow g(-x) = -g(x)$ olduğundan tek fonksiyondur.

c) $h(x) = \cos 2x$
 $h(-x) = \cos(-2x) = \cos 2x$
 $\Rightarrow h(-x) = h(x)$ olduğundan çift fonksiyondur.

d) $m(x) = \sin x + 3$
 $m(-x) = \sin(-x) + 3 = -\sin x + 3$
 $\Rightarrow m(-x) \neq m(x)$
 $m(-x) \neq -m(x)$
olduğundan ne tek ne de çift fonksiyondur.

2

$f(x)$ çift fonksiyon ve

$$2f(x) - x^2 \cdot f(-x) = x^4 + 3x^2 + 1$$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$f(x)$ ve $f(-x)$ in birlikte bulunduğu sorularda $f(x)$ in çift olduğu söylenmişse (ya da y eksenine göre simetrik olduğu), $f(-x)$ yerine $f(x)$ yazılır.

$f(-x)$ yerine $f(x)$ yazıldığında;

$$2f(x) - x^2 \cdot f(x) = x^4 + 3x^2 + 1$$

$$f(x) \cdot (2 - x^2) = x^4 + 3x^2 + 1$$

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{2 - x^2} \text{ olur.}$$

$$x = 1 \text{ için } f(1) = \frac{1 + 3 + 1}{2 - 1} = 5 \text{ tir.}$$

Yanıt A

3

$f(x)$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetrik ve

$$4f(x) - 3f(-x) = 2x^3 - 5x$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

$f(x)$ in tek olduğu söylenmişse (ya da orijine göre simetrik olduğu) $f(-x)$ yerine $-f(x)$ yazılır.

Orijine göre simetrik ise tek fonksiyondur.

Yani $f(-x) = -f(x)$ tir.

$$4f(x) - 3 \cdot (-f(x)) = 2x^3 - 5x$$

$$4f(x) + 3f(x) = 2x^3 - 5x$$

$$7f(x) = 2x^3 - 5x$$

$x = -1$ için

$$7f(-1) = -2 + 5$$

$$f(-1) = \frac{3}{7} \text{ bulunur.}$$

Yanıt E

4

$f(x)$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

$$f(x) = (a - 2)x^4 - ax^3 + (b + 3)x^2 - (b + 1)x$$

olduğuna göre, $f(a + b)$ kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4



Özel Tanımlı Fonksiyonlar

1. Parçalı tanımlı Fonksiyonlar

$A \subseteq \mathbb{R}$, $B \subseteq \mathbb{R}$ ve $A \cap B = \emptyset$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} m(x), & x \in A \text{ ise} \\ n(x), & x \in B \text{ ise} \end{cases}$$

şeklindeki fonksiyonlara “parça tanımlı fonksiyon” ya da “parçalı fonksiyon” denir.

Parçalı fonksiyonlarda hesaplanması istenilen x değeri hangi parçada yer alıyorsa (A ya da B kümesi) o parçada yerine yazılır.

Parçalı fonksiyonlar en az iki parça olmak üzere üç, dört ya da daha fazla parçadan oluşabilir.

2. Mutlak Değerli Fonksiyonlar

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$$

olduğundan bir ifadeyi mutlak değerden kurtarmak için verilen koşullara göre mutlak değerlerin içindeki ifadenin pozitif mi yoksa negatif mi olduğu belirlenir.

- ▶ Pozitif olduğu anlaşılan bir ifade mutlak değer dışına “olduğu gibi” çıkartılır.
- ▶ Negatif olduğu anlaşılan bir ifade mutlak değer dışına “eksi ile çarpılarak” çıkartılır.
- ▶ Mutlak değerli fonksiyonlarda mutlak değerlerin içini sıfır yapan sayıya “kritik değer” denir. Kritik değerlere göre mutlak değerli fonksiyon, parçalı fonksiyona dönüştürülür ve grafiği çizilir.



AKLINDA OLSUN

Mutlak değerli fonksiyonun kritik noktaları belirlenerek mutlak değer kaldırılır ve parçalı fonksiyon elde edilir.

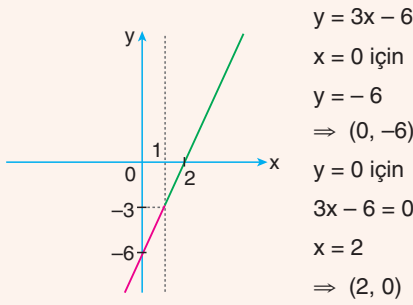
3

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 6, & x \geq 1 \\ 2, & -2 \leq x < 1 \\ x + 4, & x < -2 \end{cases}$$

fonksiyonun grafiğini çizerek tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

Parçalı fonksiyon grafiği çizilirken her parçanın grafiği ayrı ayrı çizilir. Her parçanın sadece tanımlı olduğu aralıktaki bölümü alınır. Ayrıca her parçanın kritik noktadaki değeri mutlaka hesaplanmalıdır.

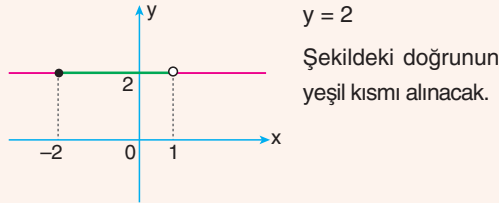
i) $x \geq 1$ için



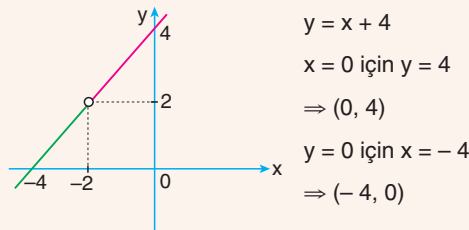
$x = 1$ için $y = 3 \cdot 1 - 6 = -3$ olduğundan $x = 1$ doğrusunun sağ tarafı alınır.

Şekildeki grafiğin yeşil kısmı alınacak.

ii) $-2 \leq x < 1$ için



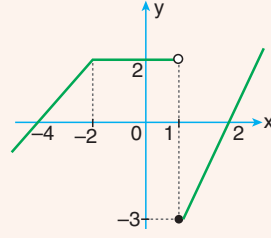
iii) $x < -2$ için



$x = -2$ kritik değeri için

$$y = -2 + 4 = 2 \Rightarrow (-2, 2)$$

Şekildeki grafiğin yeşil kısmı alınacak

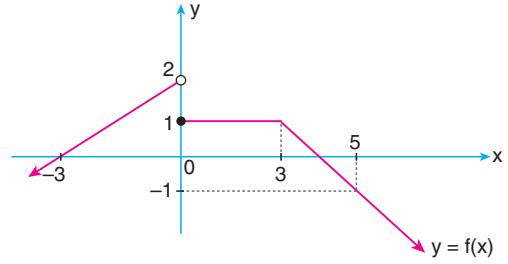


Üç parça aynı düzlemde çizildiğinde yandaki grafik elde edilir.

Tanım kümesi \mathbb{R} dir.

Değer kümesi \mathbb{R} dir.

4



Grafiği verilen parçalı fonksiyonun kuralını bulunuz.

Grafiği verilen bir parçalı fonksiyonun kuralını bulmak için her bir parçanın ait olduğu kural ayrı ayrı bulunur ve uygun sınırlar içinde ifade edilir.

i) $-\infty < x < 0$ aralığındaki parça $(-3, 0)$ ve $(0, 2)$ noktalarından geçen bir doğrudur.

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow y = \frac{2x + 6}{3}$$

ii) $0 \leq x < 3$ aralığındaki parça $y = 1$ doğrusudur.

iii) $3 \leq x < \infty$ aralığındaki parça da $(5, -1)$ ve $(3, 1)$ noktalarından geçen doğrudur.

$$y - 1 = \frac{-1 - 1}{5 - 3} \cdot (x - 3)$$

$$y - 1 = -x + 3$$

$$y = -x + 4 \text{ tür.}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x + 6}{3}, & x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < 3 \\ 4 - x, & 3 \leq x \end{cases}$$

olur.



Konu Pekiştirme - 11

1.
$$f(x) = \begin{cases} 2^x, & 1 \leq x \\ x^2 - 3, & -2 \leq x < 1 \\ 4 - x, & x < -2 \end{cases}$$

fonksiyonuna göre, $f(1) - f(0) - f(-3)$ kaçtır?

- A) -8 B) -2 C) 0 D) 6 E) 12

2.
$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -5, & x < 0 \end{cases}$$
 ve
$$g(x) = \begin{cases} -7, & x > 5 \\ x^2, & x \leq 5 \end{cases}$$

fonksiyonlarına göre, $(f - g)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A)
$$\begin{cases} -x^2 - 5, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq 5 \\ x^2 + 7, & 5 < x \end{cases}$$
 B)
$$\begin{cases} -x^2 - 5, & x \leq 0 \\ 0, & 0 < x < 5 \\ x^2 + 7, & 5 \leq x \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} -x^2 - 5, & x \leq 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq 5 \\ x^2 + 7, & 5 < x \end{cases}$$
 D)
$$\begin{cases} -x^2 + 5, & x < 0 \\ 0, & 0 < x < 5 \\ x^2 + 7, & 5 \leq x \end{cases}$$

E)
$$\begin{cases} -x^2 - 5, & x \leq 0 \\ 0, & 0 < x \leq 5 \\ x^2 + 7, & 5 < x \end{cases}$$

3.
$$f(x) = \begin{cases} -3, & 3 \leq x \\ 4 - x, & -2 \leq x < 3 \\ x^2 + 1, & x < -2 \end{cases}$$

fonksiyonuna göre, $(-2f)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

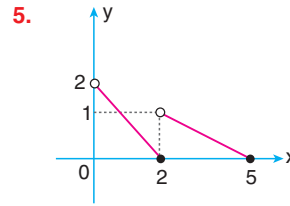
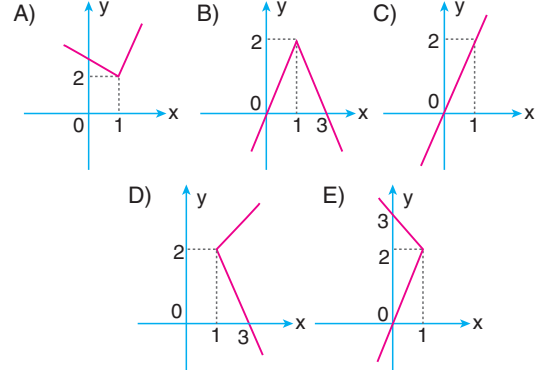
A)
$$\begin{cases} 6, & x \leq -6 \\ 8 - 2x, & -6 < x \leq 4 \\ 2x^2 + 2, & 4 < x \end{cases}$$
 B)
$$\begin{cases} 6, & 3 \leq x \\ 8 - 2x, & -2 \leq x < 3 \\ 2x^2 + 2, & x < -2 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} 6, & 3 \leq x \\ 2x - 8, & -2 \leq x < 3 \\ -2x^2 - 2, & x < -2 \end{cases}$$
 D)
$$\begin{cases} 6, & x \leq -6 \\ 2x - 8, & -6 < x \leq 4 \\ -2x^2 - 2, & 4 < x \end{cases}$$

E)
$$\begin{cases} 6, & -6 \leq x \\ 2x - 8, & -6 < x \leq 4 \\ -2x^2 + 2, & 4 < x \end{cases}$$

4.
$$f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



Yanda grafiği verilen parçalı fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

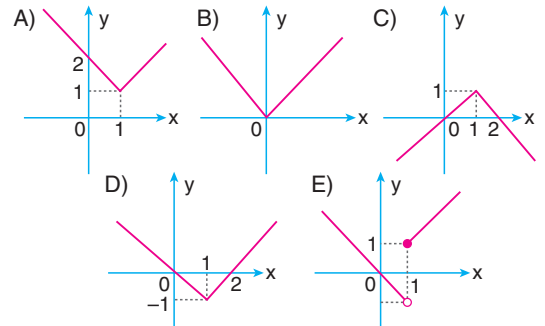
A)
$$\begin{cases} 2 - x, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{5 - x}{3}, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$
 B)
$$\begin{cases} 2 - x, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{5 - x}{3}, & 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x - 2, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{x - 5}{3}, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$
 D)
$$\begin{cases} 2 - x, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{x - 5}{3}, & 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

E)
$$\begin{cases} x - 2, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{5 - x}{3}, & 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

6.
$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 1 \\ -x, & x < 1 \end{cases}$$

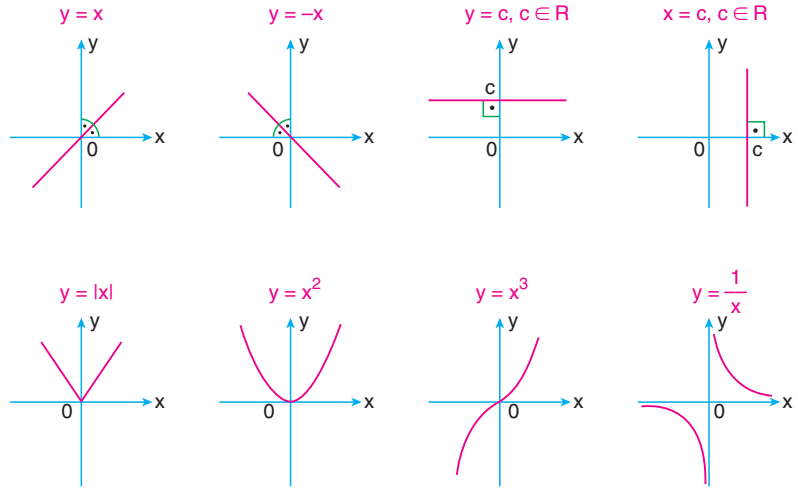
fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?





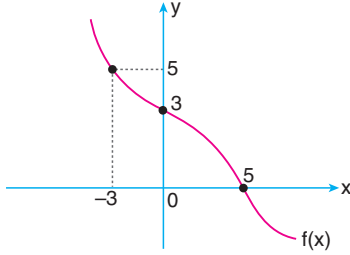
Bir fonksiyonun grafiği, fonksiyonla ilgili çok fazla bilgi içerir.

- ▶ Fonksiyonun tanım ve görüntü kümeleri bulunabilir.
- ▶ x ekseninde verilen değerlerin y ekseninde karşılık geldiği nokta ve y ekseninde verilen bir değere x ekseninde karşılık gelen nokta(lar) bulunabilir.
- ▶ Fonksiyonun artan, azalan ya da sabit olduğu aralıklar bulunabilir.
- ▶ Fonksiyonun hangi aralıklarda pozitif değerli, hangi aralıklarda negatif değerli olduğu bulunabilir.
- ▶ Fonksiyonun aldığı en büyük ve en küçük değerler bulunabilir.
- ▶ Fonksiyonun türünü (bire bir, örten, içine, sabit, doğrusal, parabol vb.) belirlemede kullanılabilir.
- ▶ Belli başlı bilinmesi gereken temel grafikler aşağıda verilmiştir.





1



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f(-3) + f(0) + f^{-1}(3) + f^{-1}(5) + f(5)$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 10 E) 12

Grafiğin geçtiği noktalar

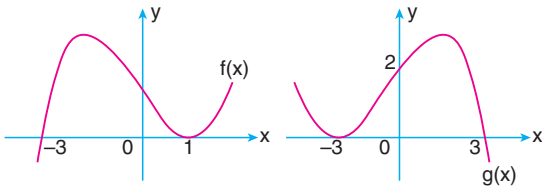
- i) $(-3, 5) \Rightarrow f(-3) = 5$ ve $f^{-1}(5) = -3$ tür.
 ii) $(0, 3) \Rightarrow f(0) = 3$ ve $f^{-1}(3) = 0$ dir.
 iii) $(5, 0) \Rightarrow f(5) = 0$ ve $f^{-1}(0) = 5$ tir.

O hâlde,

$$\begin{aligned} f(-3) + f(0) + f^{-1}(3) + f^{-1}(5) + f(5) \\ = 5 + 3 + 0 + (-3) + 0 \\ = 5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Yanıt A

2



Yukarıda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?

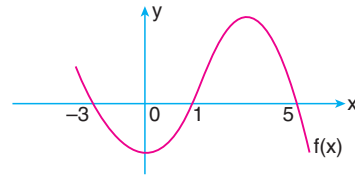
- A) $(g \circ f)(1) > 0$ B) $(f \circ g)(-1) \geq 0$
 C) $(g \circ g)(4) \geq 0$ D) $(f \circ f)(-4) < 0$
 E) $(f \circ g)(2) \geq 0$

Seçenekleri inceleyelim.

- A) $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 2$ dir.
 $2 > 0$ olduğundan doğrudur.
 B) $(f \circ g)(-1) = f(g(-1)) = f(0)$ ile 2 arasında bir sayı
 $(0, 2)$ aralığındaki sayıların f altındaki görüntüsü 0 ya da pozitif olduğundan doğrudur.
 C) $(g \circ g)(4) = g(g(4)) = g(\text{negatif bir sayı})$
 Negatif sayıların $g(x)$ teki görüntüleri 0 ya da pozitif olduğundan doğrudur.
 D) $(f \circ f)(-4) = f(f(-4)) = f(\text{negatif bir sayı})$
 $(-3, 0)$ aralığındaki negatif sayıların f altındaki görüntüleri pozitif olduğundan bu ifade yanlıştır.
 E) $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(\text{pozitif bir sayı})$
 $(0, \infty)$ aralığındaki sayıların f altındaki görüntüleri 0 ya da pozitif olduğundan doğrudur.

Yanıt D

3



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir.

Buna göre, $x \cdot f(x) > 0$ koşulunu sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

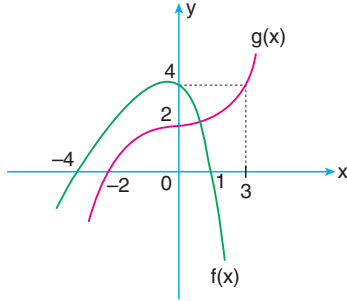
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

- i) $(-\infty, -3)$ aralığında $f(x) > 0$ ve $x < 0$ olduğundan $x \cdot f(x) < 0$ olur.
 ii) $(-3, 0)$ aralığında $f(x) < 0$ ve $x < 0$ olduğundan $x \cdot f(x) > 0$ olur.
 iii) $(0, 1)$ aralığında $f(x) < 0$ ve $x > 0$ olduğundan $x \cdot f(x) < 0$ olur.
 iv) $(1, 5)$ aralığında $f(x) > 0$ ve $x > 0$ olduğundan $x \cdot f(x) > 0$ olur.
 v) $(5, \infty)$ aralığında $f(x) < 0$ ve $x > 0$ olduğundan $x \cdot f(x) < 0$ olur.

$x \cdot f(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi $(-3, 0) \cup (1, 5)$ olduğundan bu aralıktaki tam sayıların toplamı $-2 + (-1) + 2 + 3 + 4 = 6$ bulunur.

Yanıt A

1.

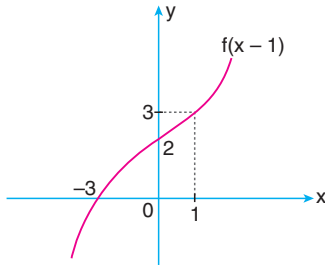


Yukarıda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(g^{-1} \circ f \circ g)(-2)$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 1 E) 3

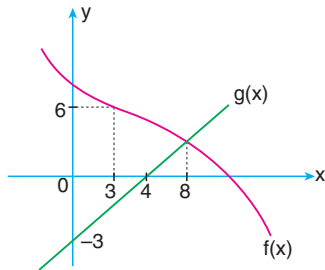
2.



Şekilde grafiği verilen $y = f(x - 1)$ fonksiyonuna göre, $f(0) + f^{-1}(2) + f^{-1}(0)$ toplamı kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

3.

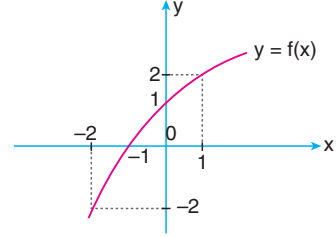


Şekilde grafikleri verilen f ve g fonksiyonlarından $g(x)$ fonksiyonu doğrusaldır.

Buna göre, $f^{-1}(6) + (f \circ f)(8)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

4.



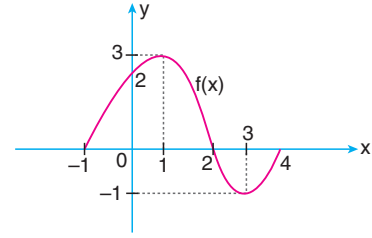
$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$$f^{-1}(x - 1) = (f \circ f)(-1)$$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

5.

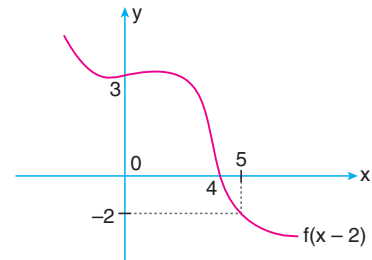


$f: [-1, 4] \rightarrow [-1, 3]$ olmak üzere, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(1) + f^{-1}(-1)}{(f \circ f)(1)}$ değeri kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) -1 D) 3 E) 6

6.



Şekilde $y = f(x - 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(3) + f^{-1}(0) + (f \circ f)(-2)$ değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

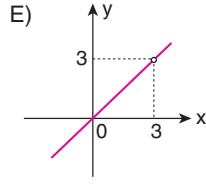
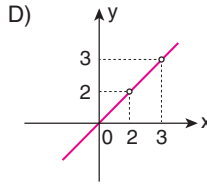
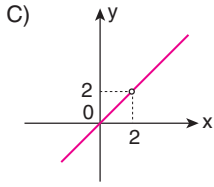
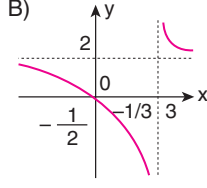
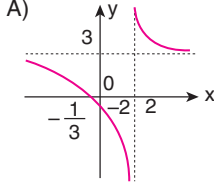
Konu Pekiştirme - 13

1. $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

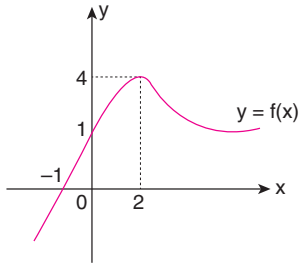
$$f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

fonksiyonu veriliyor.

$(f \circ f^{-1})(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



- 2.



Şekilde verilen $y = f(x)$ fonksiyonu x eksenini -1 noktasında, y eksenini 1 noktasında kesmekte ve $(2, 4)$ noktasından geçmektedir.

Buna göre, $f(2x + 6) = f^{-1}(4) + f^{-1}(0)$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

3.
$$f(x) = \begin{cases} -1 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $|x| + f(x) = 4$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

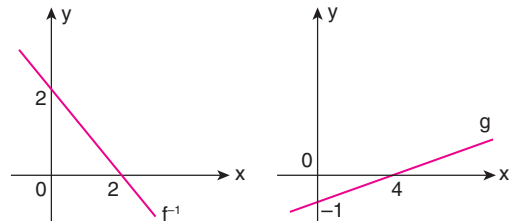
- A) $\{-5, 1\}$ B) $\{-5, 3\}$ C) $\{1, 3\}$
D) $\{-5, 5\}$ E) $\{1, 5\}$

4.
$$f(x) = \begin{cases} |x+4| & ; x < 0 \\ |x|+2 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonuna göre, $f(x) = 3$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-7, -1, 1\}$ B) $\{-5, -1, 1\}$
C) $\{-3, -1, 0\}$ D) $\{-1, 1, 3\}$
E) $\{-1, 1, 5\}$

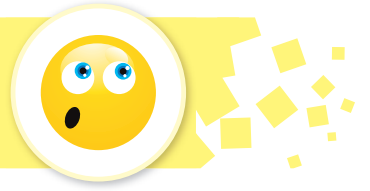
- 5.



Yukarıda gerçekte sayılarda tanımlı f^{-1} ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ g)(2)$ değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 1 D) $\frac{5}{2}$ E) 3



1. $f = \{(-1, 3), (0, 1), (1, 2), (4, 1)\}$
 $g = \{(-1, 1), (1, 3), (2, 4), (4, -2)\}$
 şeklinde ifade edilen fonksiyonlar için $(2f - 3g)(4)$ kaçtır?
 A) -4 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

2. $f(x) = 12 - x$
 fonksiyonu için $f^{-1}(4)$ kaçtır?
 A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $f(x) = 2^{x+1}$ fonksiyonu veriliyor.
 $f(2x) + f(x) = \frac{3}{2}$
 denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
 A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

4. $f(x) = \frac{f(x)}{x} + 3$
 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $\mathbb{R} - \{3\}$ kümesinde tanımlanan

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$$

- fonksiyonu için $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{5+2x}{x-2}$ B) $\frac{5+3x}{x-2}$ C) $\frac{2x+5}{x-3}$
 D) $\frac{3x+5}{x-3}$ E) $\frac{5+3x}{x-5}$

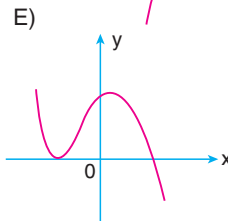
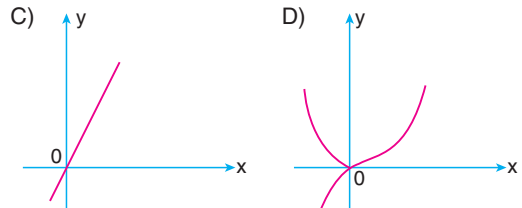
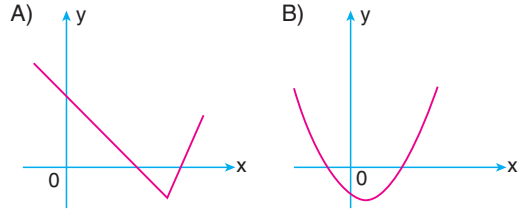
6. $f(x) = \frac{2x+1}{4}$ fonksiyonu veriliyor.

$$f(x_1) - f(x_2) = 2$$

- olduğuna göre, $x_1 - x_2$ farkı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

7. Aşağıdakilerden hangisi gerçek sayılarda tanımlı bire bir ve örten fonksiyon grafiğidir?





1. $(f \circ g)(x + 2) = \frac{2g(x) - 3}{3g(x) + 1}$

$$g(3) = 4$$

$$g(1) = -2$$

olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{5}$

2. Gerçek sayılarda tanımlı $f(x)$ fonksiyonu için

$$f(x - 1) - x = 2 + f(x) \text{ ve } f(2) = 208$$

olduğuna göre, $f(16)$ kaçtır?

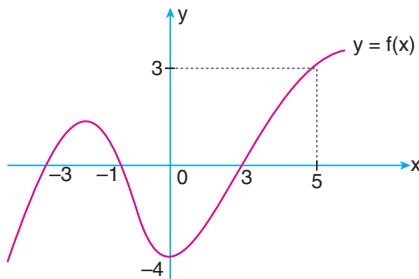
- A) 47 B) 52 C) 55 D) 63 E) 71

3. $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \geq 1 \\ \frac{4}{x}, & x < 1 \end{cases}$ ve $g(x) = \begin{cases} 4 - x, & x < 0 \\ 5 + x, & x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonları için $(f \circ g)(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 8 C) 10 D) 13 E) 16

4.



Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için

$$\frac{f(0) + f^{-1}(3)}{2f(-1) + f(5)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{2}{5}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

5. Gerçek sayılarda tanımlı $f(x)$ fonksiyonu tek bir fonksiyondur.

$$f(x) = 3 \cdot f(-x) + 8x$$

olduğuna göre, $f(-4)$ kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 4 E) 4

6. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x + 1}{2}, & x < 2 \\ 5x - 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$g(x) = 4x + 3$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $(f \circ g^{-1})(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

7. $f(x) = \frac{3mx - 4}{x - 2}$ sabit fonksiyon ve

$g(x) = (m - n)x + k - 3$ birim fonksiyon olmak üzere,

$$\frac{m + k}{n}$$

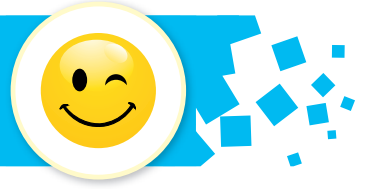
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -9 C) -10 D) -11 E) -12

8. $y = f(x) = \frac{2x - 3}{x - 2}$

fonksiyonu için $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonunun $f(x)$ türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2f(x) - 3$ B) $f(x)$ C) $\frac{f(x) - 3}{2f(x) - 2}$
D) $\frac{f(x) + 2}{2f(x) + 3}$ E) $\frac{2 - f(x)}{f(x)}$



1. $f(x) = 2^{x+2}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(2x - 3)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{f^2(x)}{64}$ B) $\frac{f^2(x)}{32}$ C) $\frac{f^2(x)}{16}$
 D) $\frac{f^2(x)}{8}$ E) $\frac{f^2(x)}{4}$

2. $f(x) = x \cdot 3^x$ fonksiyonu veriliyor.

$$\frac{f(x-2)}{f(x+2)} = \frac{1}{27}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 2

3. $f(x) = |x-3| - |x+2|$

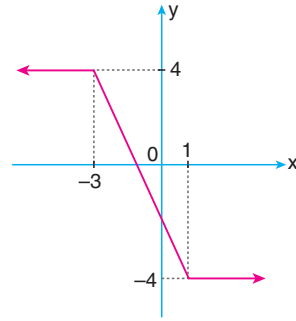
fonksiyonunun parçalı fonksiyon olarak ifadesi hangisidir?

A) $\begin{cases} 5, & x < -2 \\ 1-2x, & -2 \leq x < 3 \\ -5, & x \geq 3 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 1-2x, & x < -2 \\ 5, & -2 \leq x < 3 \\ 2x-1, & x \geq 3 \end{cases}$

C) $\begin{cases} 2x+5, & x < -2 \\ 2x-1, & -2 \leq x < 3 \\ -2x-5, & x \geq 3 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 5, & x < -3 \\ 2x-1, & -3 \leq x < 2 \\ -5, & x \geq 2 \end{cases}$

E) $\begin{cases} -5, & x < -2 \\ 1-2x, & -2 \leq x < 3 \\ 5, & x \geq 3 \end{cases}$

4.



$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = |x-1| - |x+3|$ B) $y = |x+1| - |x+3|$
 C) $y = |x+3| - |x-1|$ D) $y = |x-1| + |x+3|$
 E) $y = \frac{|x^2-4|}{x-2}$

5. $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{m\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{mx+1}{2x+n}$$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

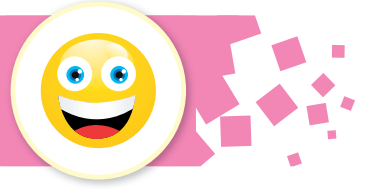
- A) $-\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{5}$

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$$

fonksiyonunun tersinin kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt[3]{x}$ B) $\sqrt[3]{x-1}$ C) $\sqrt[3]{x+2}$
 D) $\sqrt[3]{x-2} + 2$ E) $\sqrt[3]{x-2} + 1$



1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ fonksiyonu veriliyor.

$$\underbrace{(\text{fofofo} \dots \text{of})}_{n \text{ tane}}(x) = x^{243}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $f(x) = \sqrt{8 - |x^2 - 8|}$

fonksiyonunun **en geniş** tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) \emptyset B) \mathbb{R} C) $(-4, 4)$
D) $[-4, 4]$ E) $\mathbb{R} - (-4, 4)$

3. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$$

olduğuna göre, $f(x^2)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $f^2(x)$ B) $f(x) - 2$ C) $2 \cdot f(x)$
D) $f(2) \cdot f(x)$ E) $f^{(2)}(x)$

4. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$ fonksiyonu veriliyor.

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(k) = 6$$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 15

5. $(f(x^2 + 1))^x = a$ olduğuna göre,

$$\left(f\left(\frac{4 + y^2}{y^2} \right) \right)^{\frac{4}{y}}$$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) $2a$ C) $4a$ D) a^2 E) $2a^2$

6. $x \geq 1$ olmak üzere,

$$f(x-1) = \frac{1}{(x-1)!}$$

fonksiyonuna göre,

$$\frac{f(x+1) + f(x)}{f(x+2)} = 64$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 11

7. $f(x) = ax^2 - bx + c$

$$f(1) = f(3)$$

olduğuna göre, (ab) biçiminde yazılabilecek iki basamaklı sayıların toplamı kaçtır?

- A) 38 B) 41 C) 42 D) 82 E) 123

8. $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

$$g(x) = \frac{mx+1}{x+n}$$

fonksiyonları veriliyor.

fog fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. Doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu her n için

$$f(n) = \begin{cases} 5n + 40, & 0 \leq n < 10 \\ f(n-10), & n \geq 10 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örnek:

$$f(23) = f(13) = f(3) = 5 \cdot 3 + 40 = 55$$

Buna göre, $f(AB) = AB$ eşitliğini sağlayan iki basamaklı AB sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 80 B) 105 C) 75 D) 100 E) 90

2015 / YGS

10. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, her $a \in A$ için

$$a + f(a) \leq 6$$

koşulunu sağlayan kaç tane $f: A \rightarrow B$ fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 12 B) 18 C) 20 D) 24 E) 27

2014 / YGS

11. Tam sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu her n tam sayısı için

$$f(n+2) = f(n) + 4$$

$$f(n+3) = f(n) + 6$$

eşitliklerini sağlıyor.

$f(4) = 5$ olduğuna göre, $f(11)$ değeri kaçtır?

- A) 15 B) 17 C) 19 D) 21 E) 23

2014 / YGS

12. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır.

İddia: $f: X \rightarrow Y$ bir fonksiyon, A ve B kümeleri X 'in birer alt kümesi olmak üzere

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B) \text{ dir.}$$

Öğrencinin ispatı: $f(A \cap B)$ ve $f(A) \cap f(B)$ kümelerinin birbirlerinin alt kümeleri olduğunu gösterirsem ispat biter.

Şimdi $c \in f(A \cap B)$ alalım.

I. $c = f(d)$ olacak biçimde bir $d \in A \cap B$ vardır.

II. $d \in A$ ve $d \in B$ olduğundan $f(d) \in f(A)$ ve $f(d) \in f(B)$ 'dir. Böylece $c = f(d) \in f(A) \cap f(B)$ olur.

Diğer taraftan $c \in f(A) \cap f(B)$ alalım.

III. $c \in f(A)$ ve $c \in f(B)$ 'dir. Buradan $c = f(a)$ olacak biçimde bir $a \in A$ ve $c = f(b)$ olacak biçimde bir $b \in B$ vardır.

IV. $c = f(a)$ ve $c = f(b)$ olduğundan $a = b$ 'dir.

V. $a \in A$, $b \in B$ ve $a = b$ olduğundan $a \in A \cap B$ ve böylece $c = f(a) \in f(A \cap B)$ elde edilir.

Bu öğrenci, numaralanmış adımların hangisinde hata yapmıştır?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

2014 / LYS

13. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $f: A \rightarrow A$ bir fonksiyon olmak üzere, her $n \in A$ için

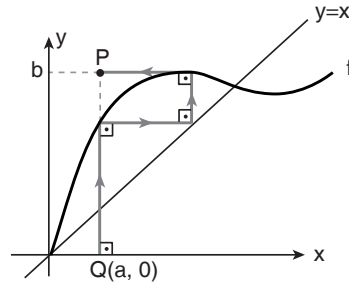
$$f(n) \neq n$$

koşulunu sağlayan bire bir f fonksiyonlarının sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2014 / LYS

14. Aşağıda, $y = x$ doğrusu ile $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$Q(a, 0)$ noktasından başlayıp oklar takip edilerek $P(a, b)$ noktasına ulaşıldığına göre, b aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $a + f(a)$ B) $a \cdot f(a)$ C) $f(a) - a$
D) $f(f(a))$ E) $f(a + f(a))$

2014 / LYS

15. I. $f(x) = 2x$

II. $f(x) = 2^x$

III. $f(x) = x^2$

fonksiyonlarından hangileri, her a ve b gerçel sayısı için $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$ eşitliğini sağlar?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

2013 / YGS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	A	C	D	A	C	E	A	B	D	C	D	B	D	B